

論文メモ

— 不動点定理, 主に Caristi の —

ナンプ キトラ

2024 年 1 月 3 日

本棚を整理したいので, 溜まっている論文のメモを書いて未来への手紙とすることにする.

以下の論文の束は Caristi の不動点定理を調べて印刷したものだと思う. Caristi の不動点定理というのは Banach の不動点定理の拡張で以下のようなものである.

定理 1. (X, d) を完備距離空間とする. $T: X \rightarrow X$ を単に写像とし, $f: X \rightarrow [0, \infty)$ は下半連続関数とする. もしも任意の $x \in X$ について

$$d(x, T(x)) \leq f(x) - f(T(x))$$

が成り立つのならば, T は不動点をもつ. つまり $T(x) = x$ となる $x \in X$ が存在する.

論文 [3], [4] はいわゆる原論文である.

論文 [2] はブラウワーとか角谷とかの不動点定理の話で上の不動点定理とは無関係だと思ふ.

論文 [7] と [1] は $[0, 1]$ からそれ自身への二つの写像 f と g が可換つまり $f \circ g = g \circ f$ であっても共通の不動点を持つとは限らない例を構成している.

論文 [11] は下半連続関数を使って距離空間の完備性を特徴付けしている.

文献 [和 1], [和 2], [和 3] は日本語で書かれた不動点定理の解説などである.

参考文献たち

日本語の文献

[和 1] 鈴木智成, 「CARISTI の不動点定理の拡張定理の別証明」, 数理解析研究所講究録, No. 1415 (2002), 146–151, <http://hdl.handle.net/2433/26259>

- [和 2] 鈴木智成, 「距離空間における不動点定理の 4 つ の分類」 数理解析研究所講究録, No. 1753(2011), 52–57 <http://hdl.handle.net/2433/171179>
- [和 3] 木島洋一 「距離空間における不動点定理」, 横浜経営研究, 巻 18, 号 2, p. 99–102, 発行日 1997-09-01, 横浜国立大学経営学会, <http://hdl.handle.net/10131/758>

英文参考文献

- [1] William M. Boyce, *Commuting functions with no common fixed point*, Trans. Amer. Math. Soc. **137** (1969), 77–92, DOI:10.2307/1994788. MR 236331
- [2] Felix E. Browder, *The fixed point theory of multi-valued mappings in topological vector spaces*, Math. Ann. **177** (1968), 283–301, DOI:10.1007/BF01350721. MR 229101
- [3] James Caristi, *Fixed point theorems for mappings satisfying inwardness conditions*, Trans. Amer. Math. Soc. **215** (1976), 241–251, DOI:10.2307/1999724. MR 394329
- [4] James Caristi and William A. Kirk, *Geometric fixed point theory and inwardness conditions*, The geometry of metric and linear spaces (Proc. Conf., Michigan State Univ., East Lansing, Mich., 1974), Lecture Notes in Math., vol. Vol. 490, Springer, Berlin-New York, 1975, pp. 74–83. MR 399968
- [5] Seong-Hoon Cho, *Some generalizations of Caristi's fixed point theorem with applications*, Int. J. Math. Anal. (Ruse) **7** (2013), no. 9-12, 557–564, DOI:10.12988/ijma.2013.13053. MR 3004319
- [6] Wei-Shih Du, *A direct proof of caristi's fixed point theorem*, Applied mathematical sciences **10** (2016), 2289–2294, <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:125412760>.
- [7] John Philip Huneke, *On common fixed points of commuting continuous functions on an interval*, Trans. Amer. Math. Soc. **139** (1969), 371–381, DOI:10.2307/1995330. MR 237724
- [8] M. A. Khamsi, *Remarks on Caristi's fixed point theorem*, Nonlinear Anal. **71** (2009), no. 1-2, 227–231, DOI:10.1016/j.na.2008.10.042. MR 2518029
- [9] Abdul Latif, *Generalized Caristi's fixed point theorems*, Fixed Point Theory Appl. (2009), Art. ID 170140, 7, DOI:10.1155/2009/170140. MR 2496031

- [10] Jerrold Siegel, *A new proof of Caristi's fixed point theorem*, Proc. Amer. Math. Soc. **66** (1977), no. 1, 54–56, DOI:10.2307/2041528. MR 458403
- [11] J. D. Weston, *A characterization of metric completeness*, Proc. Amer. Math. Soc. **64** (1977), no. 1, 186–188, DOI:10.2307/2041008. MR 458359