

論文メモ

— Bing —

ナンブ キトラ

2024 年 1 月 3 日

本棚を整理したいので、溜まっている論文のメモを書いて未来への手紙とすることにする。

R H Bing っていう、すげえ超おもしれー数学をやる数学者がいたんだけどそのお仕事の一端のお話。

むかしむかし、どれくらい昔かというところ “X” が “Twitter” と呼ばれていて青い鳥もいて bot も普通に動いていた時代、「トポロ沢さん」という位相空間の問題を出す bot アカウントがあったのだけどその問題のうち私が解けなかった問題が、位相空間 X で $X \times \mathbb{R}$ が $\mathbb{R}^4$ に同相なものは存在するか？という問題だった。この問題を解くためには「ビング的なトポロジー」を勉強する必要がありこの問題に関する論文を集めたのが今回の論文の束だと思う。

時系列順に並べるとこんな感じ。

1957 : [1]

この論文では Moore decomposition とかいう upper semi-continuous decomposition (USCD 今ふうにいうと確か閉同値関係による分割) を $\mathbb{R}^3$ で考えて、その商空間が $\mathbb{R}^3$ に同相でないものを構成しているようだ。ちなみに $\mathbb{R}^2$ だと $\mathbb{R}^2$ に同相というのがそれこそ Moore によって示されているようだ。

1957 : [5]

この論文は上の論文を受けての論文だと思う。

1957 : [7]

この論文ではユークリッド空間のいい感じの同相写像の構成をやっている。この論文の結果から Bing の商空間は $\mathbb{R}^4$ に埋め込めるということがわかるようだ。

1958 : [2]

この論文は [3] のアナウンスのような気がする。

1959 : [3]

この論文では一番上の論文で構成した商空間 B について $B \times \mathbb{R}$ が $\mathbb{R}^4$ に同相であることを証明している.

1959 : [6]

なんか色々やっている. $\mathbb{R}^4$ の部分 3 次元多様体 M で $H_1(M) = 0$ だが $\pi_1(M) \neq 0$ になるようなものを構成している. また一番上の論文で構成された商空間 B が各点でユークリッド的でないにも関わらず 3 次元のホモトピー多様体であることを証明している.

1961 : [4]

論文の出だしが “We are learning strange things about cartesian products” なのが面白い. 内容はちょっとよくわかんなかった.

参考文献

- [1] R. H. Bing, *A decomposition of E^3 into points and tame arcs such that the decomposition space is topologically different from E^3* , Ann. of Math. (2) **65** (1957), 484–500, DOI:10.2307/1970058. MR 92961
- [2] ———, *The cartesian product of a certain non-manifold and a line is E_4* , Bull. Amer. Math. Soc. **64** (1958), 82–84, DOI:10.1090/S0002-9904-1958-10160-3. MR 97034
- [3] ———, *The cartesian product of a certain nonmanifold and a line is E^4* , Ann. of Math. (2) **70** (1959), 399–412, DOI:10.2307/1970322. MR 107228
- [4] ———, *A set is a 3 cell if its cartesian product with an arc is a 4 cell*, Proc. Amer. Math. Soc. **12** (1961), 13–19, DOI:10.2307/2034115. MR 123303
- [5] M. L. Curtis, *An imbedding theorem*, Duke Math. J. **24** (1957), 349–351. MR 92963
- [6] M. L. Curtis and R. L. Wilder, *The existence of certain types of manifolds*, Trans. Amer. Math. Soc. **91** (1959), 152–160, DOI:10.2307/1993151. MR 102817
- [7] M. K. Fort, Jr., *A note concerning a decomposition space defined by Bing*, Ann. of Math. (2) **65** (1957), 501–504, DOI:10.2307/1970059. MR 92962