

論文メモ

— Symmetric product —

ナンブ キトラ

2024 年 1 月 3 日

本棚を整理したいので、溜まっている論文のメモを書いて未来への手紙とすることにする。

位相空間の symmetric product というのは n を固定して X のたかだか n 点集合にヴィートリスだとハウスドルフ距離だとかいい感じの距離を入れたもののことである。おそらく X^n に対称群 $\mathfrak{S}_n$ を順番の入れ替えで群作用させた時の商空間がこれになる気がする。なので symmetric product と呼ばれているような気がする。

論文^{MR1562283}[1] は Borsuk と Ulam の論文で (Borsuk と Ulam ってすごいね。いにしえ), symmetric product を定義したいわゆる原論文らしい。単位閉区間 I の symmetric product $I(n)$ についてその次元が n だとか $I(n) \setminus I(n-1)$ が $\mathbb{R}^n$ の部分空間として実現できるとか, $n = 1, 2, 3$ のとき $I(n)$ は I^n に同相だが, $n \geq 4$ の時は $I(n)$ が $\mathbb{R}^n$ に埋め込めないことを証明しているようだ。

論文^{MR1669815}[2] では連続体の symmetric product を調べている。例えば X を有限次元の連続体として $X(2)$ が $C(X)$ に同相ならば X は $[0, 1]$ に同相であることを示している。

参考文献

- MR1562283
- [1] Karol Borsuk and Stanislaw Ulam, *On symmetric products of topological spaces*, Bull. Amer. Math. Soc. **37** (1931), no. 12, 875–882, DOI:10.1090/S0002-9904-1931-05290-3. MR 1562283
- MR1669815
- [2] Sergio Macías, *On symmetric products of continua*, Topology Appl. **92** (1999), no. 2, 173–182, DOI:10.1016/S0166-8641(97)00233-2. MR 1669815