

コンパクト集合の共通部分

電波通信

2018 年 8 月 2 日

この文書では2つのコンパクト部分集合の共通部分がコンパクトでないようなものが存在する位相空間を構成する。案外簡単にできるので、この文書を読む前に自分で頑張って構成しようと試みることを推奨する。

以下そのような位相空間を構成する。

$(A, \mathfrak{A})$ をノンコンパクトな位相空間とする。 $\mathfrak{A}$ はこの位相空間の開集合系である。このとき A に属さない異なる二元 α, ω を与え

$$X = A \cup \{\alpha, \omega\}, \quad K = A \cup \{\alpha\}, \quad L = A \cup \{\omega\}$$

と置く。さて X の部分集合族 $\mathfrak{D}$ を

$$\mathfrak{D} = \mathfrak{A} \cup \{X, K, L\}$$

とする。このとき $\mathfrak{D}$ は開集合系の公理を充たすことは簡単にわかる。更にこの $(X, \mathfrak{D})$ の部分空間としての A は $(A, \mathfrak{A})$ である。さて K, L はこの空間 $(X, \mathfrak{D})$ のコンパクト集合である。なぜなら K について言うと α を元を持つ開集合は X, K のみだからである。 L についても同様。そして $K \cap L = A$ であり、 A はノンコンパクトであるから、2つのコンパクト集合の共通部分がコンパクトでない空間が得られた。

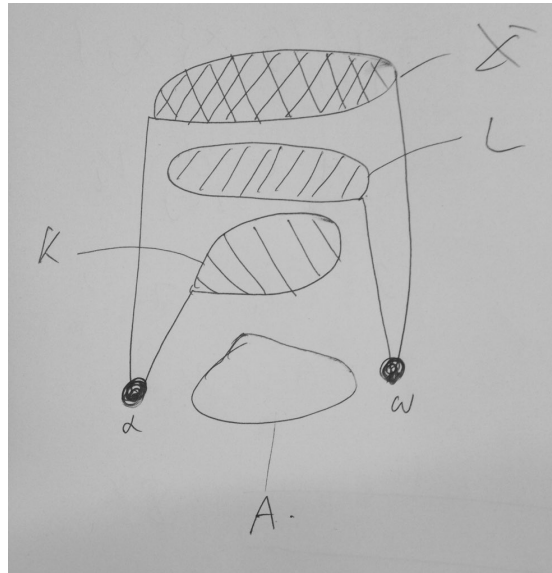


図1 空間 X の図